# MECANIQUE DES FLUIDES

*Hydrostatique*

## EXERCICE 1

Convertir les grandeurs suivantes :

$P = 1\ bar \Rightarrow Pa$ : par définition, on a $1\ bar = 10^5\ Pa$

$P = 6{,}5\ bar \Rightarrow P = 6{,}5 \cdot 10^5 = 65000\ Pa$

--------------------------------

$z = 104\ m \Rightarrow cm$

$z = 104 \times 100 = 10400\ cm$

Pour convertir $z$ en $mm$, on a ici deux options car on dispose de $z$ en $m$ et en $cm$ :

Sachant que dans $1\ m$ on a $1000\ mm$ : $z = 104 \times 1000 = 104000\ mm$

Sachant que dans $1\ cm$ on a $10\ mm$ : $z = 10400 \times 10 = 104000\ mm$

--------------------------------

$\rho = 1000\ kg \cdot m^{-3} \Rightarrow g \cdot cm^{-3}$

Il faut s'y prendre en deux temps : convertir les $kg$ en $g$ puis les $m^3$ en $cm^3$.

$1\ kg = 1000 = 10^3\ g$

$1\ m^3 = 10^3 \times 10^3 \times 10^3 = 10^9\ cm^3$

Donc,

$$\rho = 1000 \times \frac{10^3}{10^9} = 10^3 \times 10^3 \times 10^{-9} = 10^{-6}\ g \cdot cm^{-3}$$

## EXERCICE 2

On donne des densités de matière ; calculer la masse volumique en $kg \cdot m^{-3}$.

Par définition, la masse volumique est donnée par $d = \dfrac{\rho}{\rho_{eau}}$ (pour les solides et les liquides, pas pour les gaz) avec $\rho_{eau} = 1000\ kg \cdot m^{-3}$.

Eau douce (liquide) : $d = 1$ ; là c'est plus que très simple, on a directement (sans calcul) $\rho_{eau} = 1000\ kg \cdot m^{-3}$.

Mercure : $d = 13{,}5 \quad \Leftrightarrow \quad d_{mercure} = \dfrac{\rho_{mercure}}{\rho_{eau}} \quad \Rightarrow \quad \rho_{mercure} = d_{mercure} \times \rho_{eau} = 13{,}5 \times 1000 = 13500\ kg \cdot m^{-3}$

Acier : $d = 7{,}8 \quad \Leftrightarrow \quad d_{acier} = \dfrac{\rho_{acier}}{\rho_{eau}} \quad \Rightarrow \quad \rho_{acier} = d_{acier} \times \rho_{eau} = 7{,}8 \times 1000 = 7800\ kg \cdot m^{-3}$

Matière X : $d = 2{,}7 \quad \Leftrightarrow \quad d_X = \dfrac{\rho_X}{\rho_{eau}} \quad \Rightarrow \quad \rho_X = d_X \times \rho_{eau} = 2{,}7 \times 1000 = 2700\ kg \cdot m^{-3}$

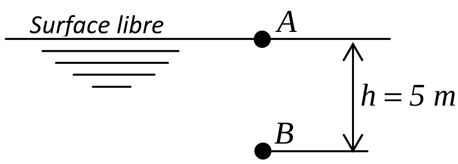
Quel est le matériau "X" ? Aluminium ou granite ou marbre.

Dans tous les exercices suivants, on considère le fluide au repos.

## EXERCICE 3

Un plongeur est situé à une profondeur de $h = 5\ m$ dans l'eau d'un lac ( $\rho = 1000\ kg \cdot m^{-3}$ ) sur terre ( $g = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$ , $P_{atm} = 1\ bar$ ). Calculer la pression à laquelle il est soumis.

L'énoncé ne le dit pas explicitement, mais la profondeur $h = 5\ m$ se compte à partir de la surface libre du lac.
Pour bien comprendre, il est conseillé (recommandé) de faire un schéma :




On visualise alors bien le point $A$, à la surface libre, et le point $B$, éloigné verticalement de $h = 5\ m$ (en dessous).

**Caractéristiques au point $A$ :**

⇨ Pression : c'est la pression atmosphérique car le point $A$ est en contact avec l'air donc : $p_A = p_{atm} = 1\ bar = 10^5\ Pa$ (toujours se ramener aux unités légale, c'est mieux)

⇨ Altitude : $z_A$ ; *la valeur dépend de là où on fixe le zéro sur la verticale à partir duquel on compte les altitudes ; le zéro peut être mis où on veut (donc y-compris là où ça nous arrange) mais on va le voir plus loin, nous n'avons même pas besoin de le définir (car c'est la dénivelée entre les points $A$ et $B$ qui compte).*

**Caractéristiques au point $B$ :**

⇨ Pression : $p_B$ (c'est l'inconnue du problème ; il faut la trouver…)

⇨ Altitude : $z_B$ ; même remarque que pour $z_A$.

Application de la loi de l'hydrostatique : $p + \rho \cdot g \cdot z = C^{ste}$

Cette relation est valable (vraie) en tout point du milieu fluide. On peut donc l'écrire en $A$ et en $B$ :

En $A$ : $p_A + \rho \cdot g \cdot z_A = C^{ste}$

En $B$ : $p_B + \rho \cdot g \cdot z_B = C^{ste}$

En identifiant les deux relations, on a :

$p_A + \rho \cdot g \cdot z_A = p_B + \rho \cdot g \cdot z_B$

$p_A + \rho \cdot g \cdot z_A - \rho \cdot g \cdot z_B = p_B$

$p_B = p_A + \rho \cdot g \cdot (z_A - z_B)$ (on le voit ici que peut importe les valeurs respectives de $z_A$ et $z_B$, c'est la dénivelée $h = z_A - z_B$ qui compte…)

Comme $h = z_A - z_B$

$p_B = p_A + \rho \cdot g \cdot h$

**Application numérique :**

$$\begin{aligned} p_B &= p_A + \rho \cdot g \cdot h \\ &= 10^5 + 1000 \times 9{,}81 \times 5 \end{aligned}$$

$p_B = 149050\ Pa$

Comme $1\ bar = 10^5\ Pa$ , on a : $p_B = 149050 \times \frac{1}{10^5} = 1{,}49\ bar$

## EXERCICE 4

A quelle profondeur maximale le plongeur de l'exercice précédent peut-il descendre si la pression ne doit pas excéder $P_{max} = 4{,}7\ bar$ .

On part à nouveau de la loi de l'hydrostatique appliquée entre les points $A$ et $B$ :

$$p_A + \rho \cdot g \cdot z_A = p_B + \rho \cdot g \cdot z_B$$

L'interprétation de l'énoncé vaut que l'inconnue soit $z_B$ ; il faut donc « retourner » l'équation pour avoir $z_B$ en fonction du reste :

$$p_A - p_B + \rho \cdot g \cdot z_A = \rho \cdot g \cdot z_B$$

$$z_B = \frac{p_A - p_B + \rho \cdot g \cdot z_A}{\rho \cdot g}$$

L'expression analytique de $z_B$ est trouvée mais on peut l'écrire plus « proprement » :

$$\begin{aligned} z_B &= \frac{p_A - p_B + \rho \cdot g \cdot z_A}{\rho \cdot g} \\ &= \frac{p_A - p_B}{\rho \cdot g} + \frac{\rho \cdot g \cdot z_A}{\rho \cdot g} \\ &= \frac{p_A - p_B}{\rho \cdot g} + \frac{\rho \cdot g}{\rho \cdot g} \cdot z_A \\ &= \frac{p_A - p_B}{\rho \cdot g} + 1 \times z_A \end{aligned}$$

$$z_B = z_A + \frac{p_A - p_B}{\rho \cdot g}$$

**Application numérique :**

$$\begin{aligned} z_B &= z_A + \frac{p_A - p_B}{\rho \cdot g} \\ &= 0 + \frac{10^5 - 4{,}7 \cdot 10^5}{1000 \times 9{,}81} \end{aligned}$$

$$z_B = -37{,}72\ m$$

## EXERCICE 5

Un plongeur est situé à une profondeur de $h = 5 \cdot m$ dans l'eau d'un lac ($\rho = 1000\ kg \cdot m^{-3}$) sur une planète dont le champ de pesanteur vaut le tiers de celui de la terre et sans atmosphère. Calculer la pression à laquelle il est soumis.

Ici, on a : $p_A = 0$ et $g = \frac{1}{3} \times 9{,}81 = 3{,}27\ m \cdot s^{-2}$

Le traitement analytique est exactement le même qu'à l'exercice 3 dont on reprend l'expression de départ :

$$p_B = p_A + \rho \cdot g \cdot h$$
$$= 0 + 1000 \times 3{,}27 \times 5$$
$$p_B = 16350\ Pa$$

Comme $1\ bar = 10^5\ Pa$, on a : $p_B = 16350 \times \frac{1}{10^5} = 0{,}163\ bar$ (arrondir au 1/1000ème est ici suffisant)